

Correctievoorschrift VWO

2008

tijdvak 1

wiskunde A1 Complex

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

- 4 De examiner en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

- 1 De examiner vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examiner en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
 - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, hoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
 - 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
- 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
- 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
- 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
- 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 69 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) of de computer gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR of de computer gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Androgynie-index

1 maximumscore 3

- Het opstellen van de vergelijking $0,83 = \frac{91}{\sqrt{h \cdot 111}}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR (of algebraïsch) kan worden opgelost 1
- De heupmaat is (ongeveer) 108 cm 1

2 maximumscore 4

De juiste volgorde is D-A-C-B.

Opmerkingen

- *Bij een volgorde waarin slechts één letter op de juiste positie staat, 1 punt toekennen. Bij twee letters op de juiste positie 2 punten toekennen.*
- *Als de figuren gesorteerd zijn in volgorde van groot naar klein (dus B-C-A-D) in totaal 1 punt toekennen voor deze vraag.*

3 maximumscore 3

- Het maximum bij mannen is $\frac{84}{\sqrt{96 \cdot 85}} \approx 0,930$ 1
- Het maximum bij vrouwen is $\frac{64}{\sqrt{81 \cdot 86}} \approx 0,767$ 1
- Het verschil is 0,163 1

Opmerking

In verband met afrondingen en de al dan niet strikte interpretatie van het begrip 'tussen' kunnen de maten die in de formules ingevuld moeten worden, afwijken van de hierboven genoemde. Wel dient er dan consequent afgeweken te worden.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

4 maximumscore 3

- Het inzicht dat *androgynie-index* en *taille-heup-verhouding* ‘alleen’ van elkaar verschillen in de noemer 1
- Als de *androgynie-index* gelijk is aan de *taille-heup-verhouding* dan moet gelden dat $\sqrt{h \times b} = h$ 1
- Dat laatste geldt in zijn algemeenheid als $b = h$ 1

Opmerking

Als alleen met een of meer getallenvoorbeelden wordt nagegaan dat androgynie-index en taille-heup-verhouding gelijk zijn wanneer $b = h$, hiervoor maximaal 2 punten toekennen.

5 maximumscore 4

- Er moet, bijvoorbeeld, gelden: $P(X < 0,62 | \mu = 0,66 \text{ en } \sigma = ?) = 0,1$ 2
 - Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
 - $\sigma \approx 0,03$ 1
- of
- Er moet, bijvoorbeeld, gelden:
 $P(0,62 < X < 0,70 | \mu = 0,66 \text{ en } \sigma = ?) = 0,8$ 2
 - Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
 - $\sigma \approx 0,03$ 1

Loting

6 maximumscore 4

- In elke poule werden $\frac{4 \cdot 3}{2}$ wedstrijden gespeeld 1
- Dat zijn ($4 \cdot 6 =$) 24 wedstrijden voor alle poules samen 1
- In de rondes daarna werden nog 4, 2 en 1 wedstrijden gespeeld 1
- In totaal zijn dat 31 wedstrijden 1

7 maximumscore 3

- Nederland kon spelen tegen 9 andere landen 1
- Dat kon steeds op 2 manieren (óf beginnen met ‘thuis’ óf beginnen met ‘uit’) 1
- Er zijn dus ($2 \cdot 9 =$) 18 mogelijkheden 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

8 maximumscore 4

- De kans op vijf goede uitslagen is $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$ 1
- De kans op vier goede uitslagen is $5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{32}$ 1
- De verwachtingswaarde van de uitbetaling per euro inzet is $10 \cdot \frac{1}{32} + 3 \cdot \frac{5}{32} = \frac{25}{32}$ of 0,78 euro) 1
- De winstverwachting per formulier is $(1 - \frac{25}{32}) = \frac{7}{32}$ euro (of 0,22 euro) 1

9 maximumscore 4

- Er zijn $\binom{16}{8}$ trekkingen mogelijk 1
- Er zijn $\binom{5}{1} \cdot \binom{11}{7}$ manieren om daarbij precies een rode knikker te trekken 1
- De kans op een rode knikker is $\frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{11}{7}}{\binom{16}{8}}$ 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,128 1
of
- De kans op de eerste knikker rood en de rest blauw is $\frac{5}{16} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{10}{14} \cdot \frac{9}{13} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} (\approx 0,0016)$ 2
- De gevraagde kans is (ongeveer) $8 \cdot 0,0016 \approx 0,128$ 2

Tennisballen

10 maximumscore 5

- De cumulatieve percentages 0,25; 1,25; 25,75; 83,75; 99,5 (en 100) 2
- De tekening op normaal waarschijnlijkheidspapier 2
- De punten liggen bij benadering op een rechte lijn (dus de diameters zijn bij benadering normaal verdeeld) 1

Vraag	Antwoord	Scores
11	maximumscore 3	
	• Het aflezen van $\mu \approx 2,64$	1
	• Het aflezen van $\sigma \approx 0,06$	1
	• De toelichting op het aflezen van μ en σ , bijvoorbeeld met stippellijnen in de tekening	1

Opmerking

Als een leerling het gemiddelde en de standaardafwijking heeft berekend, eventueel met de GR, en daarbij voor de laagste en de hoogste klasse de klassemiddens 2,35 respectievelijk 2,85 heeft gebruikt, ten hoogste 2 punten voor deze vraag toekennen. Bij het gebruik van andere klassemiddens voor de genoemde klassen geen punten voor deze vraag toekennen.

Inkomstenbelasting

12	maximumscore 4	
	• Het belastingpercentage wordt berekend door de te betalen belasting te delen door het belastbaar inkomen, maal 100	1
	• Het in kolom G berekenen van het belastingpercentage, bijvoorbeeld $G3 = F3/A3 \cdot 100$ tot en met $G201 = F201/A201 \cdot 100$	2
	• Het antwoord 37 500 (euro)	1
13	maximumscore 4	
	• De formule is opgebouwd uit 2 delen: het eerste deel is de belasting die betaald moet worden over de vorige schijven, het tweede deel berekent de belasting in de betreffende schijf	1
	• Bij een belastbaar inkomen van 30 000 is de inkomstenbelasting 8 250	1
	• Als x een inkomen hoger dan 30 000 is, dan is de belasting 8 250 plus 40% van het inkomen boven 30 000	1
	• De formule: $B = 8250 + 0,4(x - 30000)$	1
14	maximumscore 7	
	• Nullen invullen in de cellen G2 tot en met G24	1
	• In de cellen G25 tot en met G251 de vlaktaks uitrekenen, bijvoorbeeld $G25 = 0,3 \cdot (C25 - 7500)$ tot en met $G251 = 0,3 \cdot (C251 - 7500)$	2
	• De totalen van kolom F en G zijn respectievelijk 1 128 145 en 1 134 866	2
	• De belastingopbrengst stijgt met $\frac{1\,134\,866 - 1\,128\,145}{1\,128\,145} \cdot 100\% \approx 0,6\%$	2

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Overlevingstafels

15 maximumscore 4

- Het aantal overlevenden na 30 jaar is 98 757 1
- Het aantal overlevenden na 60 jaar is 91 802 1
- In de tussentijd overlijden er $98\,757 - 91\,802 = 6\,955$ 1
- De gevraagde kans is $\frac{6955}{98757} \approx 0,07$ 1

16 maximumscore 5

- Het berekenen van de aantallen vrouwen die overlijden in een bepaald levensjaar, bijvoorbeeld $C3 = B3 - B4$ tot en met $C112 = B112 - B113$ 1
 - Het vermenigvuldigen van deze aantallen met de gemiddelde leeftijd van dat levensjaar, bijvoorbeeld $D3 = C3 * (A3 + 0,5)$ tot en met $D112 = C112 * (A112 + 0,5)$ 1
 - Het optellen van deze waarden (in kolom D) geeft 7 890 362 1
 - Per persoon is dat $\frac{7890362}{100000}$ 1
 - Vrouwen worden gemiddeld (ongeveer) 78,9 jaar oud 1
- of
- Het gemiddelde berekenen van twee opeenvolgende waarden van kolom B met behulp van Excel 1
 - Optellen van deze gemiddelden met behulp van Excel 1
 - De som is 7 890 362 1
 - Per persoon is dat $\frac{7890362}{100000}$ 1
 - Vrouwen worden gemiddeld (ongeveer) 78,9 jaar oud 1
- of
- De getallen in kolom B optellen 1
 - De som is 7 940 362 persoonsjaren 1
 - Dit geeft de persoonsjaren wanneer iemand aan het einde van dat jaar zou overlijden 1
 - Per persoon is dat $\frac{7940362}{100000}$ 1
 - Vrouwen worden gemiddeld (ongeveer) $79,4 - 0,5 = 78,9$ jaar oud 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

17 maximumscore 5

- De sterftekans van x -jarigen kan berekend worden door het aantal overlevenden met leeftijd x minus het aantal overlevenden met leeftijd $x + 1$, te delen door het aantal overlevenden met leeftijd x 1
- Het berekenen van de waarden van $P(x)$, bijvoorbeeld door $E3 = (B3 - B4) / B3$ tot en met $E112 = (B112 - B113) / B112$ 2
- De kleinste kans bedraagt (ongeveer) 0,00011067 1
- Dit minimum treedt op bij 9-jarigen (of bij kinderen in het 10e levensjaar) 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste 10 kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 28 mei naar Cito.